

Resumo

Em oposição ao uso exagerado de exercícios rotineiros, resolvidos por meio de regras e procedimentos padronizados, que não estimulam a iniciativa nem a autonomia matemática do aluno, apresentamos uma coletânea de problemas contendo uma quantidade mínima de conteúdos para resolvê-los, porém exigindo bastante criatividade e raciocínio. São problemas interessantes, com a finalidade de instigar, provocar, desafiar o aluno, proporcionando assim um interesse maior pelo estudo da Matemática, bem como tornando as aulas dessa disciplina mais atrativas e prazerosas. Elencamos também a solução de cada um deles, expondo comentários e algumas considerações ao professor. Paralelo a isso, como abordagem metodológica, sugerimos a resolução de problemas – teoria desenvolvida pelo matemático húngaro George Polya – que procura estimular a capacidade de “aprender a aprender” do aluno, habituando-o a determinar as próprias respostas, seguir suas estratégias, expor suas dificuldades, analisar e verificar suas soluções. E, finalmente, chamamos a atenção do equilíbrio pregado por Elon Lages entre a conceituação, a manipulação e a aplicação como componentes fundamentais ao processo ensino-aprendizagem da Matemática.

Palavras-chave: Coletânea de problemas. Resolução de problemas. Ensino-aprendizagem.

¹ Professor Efetivo de Matemática do Estado do Ceará – SEDUC (desde 1997), lotado no Colégio Estadual Liceu do Ceará – EEMTI, e da Prefeitura Municipal de Fortaleza (desde 2001), lotado na EMTI Professor Joaquim Francisco de Sousa Filho. Possui graduação em Engenharia Mecânica e Matemática, Especialização em Planejamento Escolar e Mestrado em Matemática.

Abstract: Solving problems - A methodological proposal

In opposition to the exaggerated usage of routine exercises solved by rules and patterned procedure, which do not encourage students to take initiative nor their autonomy in relation to Mathematics, we present a selection of problems containing a minimum amount of content to be solved. A great deal of creativity and reasoning are required though. They are interesting problems intended to instigate, to provoke and to challenge the student, providing so a greater interest in the study of Mathematics as well as making classes of that subject more attractive and enjoyable. We also list the solution for each one of the giving problems, exposing comments and some considerations to the teacher. In parallel to this, as methodological approach, it is suggested the solution to problems – theory developed by the Hungarian mathematician George Polya – which try to encourage the student’s capacity of learning to learn. Getting students used to determine their own answers, follow their strategies, expose their difficulties, analyze and verify their solutions. And, finally, we call the attention to the balance between conception, manipulation and application as fundamental components to the teaching – learning process in Mathematics proclaimed by Elon Lages.

Keywords: Selection of problems. Problems Solution. Teaching-learning.

Resumen: Resolución de problemas - una propuesta metodologica

En contraste con el exagerado uso de ejercicios de rutina, resuelto mediante estandarizados reglas y procedimientos, que no estimulan la iniciativa ni la autonomía de las matemáticas del estudiante, presentamos una colección de problemas conteniendo una cantidad mínima de contenido para resolverlos, pero exige suficiente creatividad y razonamiento. Son problemas interesantes, en fin de instigar, provocar, desafiar al alumno, tal modo proporcionando un mayor interés por el estudio de las matemáticas, así como hacer las clases de esta disciplina más atractivas y agradables. Destacamos también la solución de cada uno de ellos, exponiendo algunas consideraciones y comentarios al profesor. En paralelo, como un enfoque metodológico, sugerimos resolución de problemas-teoría desarrollada por el matemático Húngaro George Polya, que pretende estimular el “aprender a aprender” al alumno, para determinar las respuestas propias, seguir sus estrategias, exponiendo sus dificultades, analizar y verificar sus soluciones. Y, por último, llamamos la atención al balance predicada por Elon Lages entre la conceptualización, la manipulación y la aplicación como componentes fundamentales en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

Palabras-clave: Colección de problemas. Solución de problemas. Enseñanza-aprendizaje.

1. INTRODUÇÃO

O caráter cumulativo da Matemática é de conhecimento de quem a leciona, como também de quem a estuda. Cada passo avançado numa direção se liga, fortemente, aos passos anteriores dados. Essa realidade nos remete à considerável importância da Matemática ensinada nos anos iniciais para o desempenho futuro de um aluno.

O primeiro contato da criança com a Matemática formal se dá por volta dos seis anos, no Ensino Fundamental I. Nessa fase, boa parte de seus professores possui uma sólida formação pedagógica, mas estudou Matemática apenas até o Ensino Médio, ministrando aulas semelhantes às que receberam e repassando, muitas vezes, uma ojeriza pela referida disciplina. Por volta dos onze anos, no Ensino Fundamental II, depara-se com um grupo de professores que, embora graduados e habilitados para ensinar Matemática, não são devidamente valorizados, submetendo-se assim a uma excessiva carga horária de trabalho para compensar sua baixa remuneração. Além do desgaste natural da profissão, há a diminuição de seu tempo e de sua qualidade de estudo, levando-os à prática rotineira de investir somente nos assuntos em que se sentem confiantes de abordar, quase sempre exercitando as questões que já estão habituados a resolver. Chegando ao Ensino Médio, por volta dos quinze anos, além dessa problemática docente se repetir, o discente se depara com o “velho e conhecido vestibular”, que impõe uma sistemática de ensino voltada à assimilação rápida de inúmeros conteúdos novos e a revisão do que já foi visto nos anos anteriores, bem como o preparatório para o ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio). Assim, no cotidiano da sala de aula, deixar nossos alunos encantados pela beleza da Matemática é uma prática cada vez mais árdua.

É nesse contexto que apresentamos este trabalho como uma proposta pedagógica de melhoria da prática docente. Diferentemente do que ocorre na maioria das aulas de Matemática dos Ensinos Básico e Médio, em que os exercícios apresentados são solucionados pela utilização direta de um ou mais algoritmos anteriormente aprendidos que, em geral,

não fomentam a curiosidade do aluno nem o desafiam, objetivamos criar uma **base de dados**² com uma significativa quantidade de problemas, cuja essência é estimular a iniciativa e a criatividade, de forma a serem desafiadores, interessantes e a propiciarem várias estratégias de resolução. Estes problemas, devidamente propostos e resolvidos neste estudo, procurarão enriquecer as aulas de Matemática, auxiliar o professor no processo de ensino-aprendizagem e resgatar o encantamento de nossos alunos por essa disciplina tão importante para o desenvolvimento de uma nação.

Sugerimos também a resolução de problemas como metodologia de ensino para desenvolver essa base de dados, pois aquela propicia ao aluno a utilização das mais diversas estratégias em busca da solução desses problemas, tais como: criatividade, imaginação, intuição, iniciativa, autonomia, estabelecimento de conexões, tentativa e erro, interpretação de resultados etc. Além disso, provoca no professor uma reflexão sobre sua prática pedagógica; estimula-o a pesquisar novos problemas, ampliando essa base de dados; encoraja-o a “sair de uma zona de conforto”, onde quase tudo é previsível, controlável, e a “entrar numa zona de risco”, em que o imprevisível e o aleatório ocorrem, naturalmente, na busca de soluções para tais problemas.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

“Um professor de matemática tem, assim, uma grande oportunidade. Se ele preenche o tempo que lhe é concedido a exercitar seus alunos em operações rotineiras, aniquila o interesse e tolhe o desenvolvimento intelectual dos estudantes, desperdiçando, dessa maneira, a sua oportunidade. Mas, se ele desafia a curiosidade dos alunos, apresentando-lhes problemas compatíveis com os seus conhecimentos e auxiliando-os por meio de indagações estimulantes, poderá incutir-lhes o gosto pelo raciocínio independente e proporcionar-lhes alguns meios para alcançar este objetivo.” (Polya, 1995, “Prefácio à primeira tiragem”, p.V.)

² A Base de Dados deste artigo científico pode ser vista, detalhadamente, na seguinte referência bibliográfica: CÂMARA, Rivelino de Sousa. Resolução de problemas - uma proposta metodológica (Dissertação de Mestrado). Fortaleza: Universidade Federal do Ceará, 2016.

2.1 Abordagem histórica

O surgimento da Matemática e seu desenvolvimento, basicamente, deram-se a partir dos problemas enfrentados pelo homem em seu cotidiano. O fato de nos depararmos com situações em que era necessário contar, agrupar, medir, posicionar astros... nos levou a criar e desenvolver o que é hoje, segundo Gauss, a “rainha das ciências”. Portanto, a essência da Matemática é a resolução de problemas, o que nos permite afirmar que, para seu ensino, não basta apenas conhecê-la, é necessário instigar, provocar, desenvolver a criatividade dos alunos, fazê-los participar das resoluções, enfim, desafiá-los. A resolução de problemas apresenta-se como um método eficiente para propiciar esse desafio, aprimorar o raciocínio e encorajar os alunos para o estudo da Matemática.

A resolução de problemas ganhou força no início da década de 80, em reação a uma série de propostas apresentadas, anteriormente, para o ensino da Matemática. No início do século XX, tínhamos a ênfase no ensino por repetição, em que o recurso à memorização tinha um enorme destaque. Avaliava-se o aluno através de testes em que se determinava que ele sabia, caso conseguisse repetir, de forma satisfatória, o que o professor apresentava. Em pouco tempo, porém, a maioria dos alunos esquecia o que memorizara. Após essa fase, já com outra motivação, os alunos deveriam aprender Matemática com compreensão. Censuravam-se, agora, a tabuada e seus treinos. Embora com alguns avanços, essa nova proposta ainda não favorecia ao aluno a participação efetiva na construção do próprio conhecimento.

No Brasil, nas décadas de 1960 e 1970, tivemos a influência da Matemática Moderna, que resultou na renúncia da Geometria e dos cálculos numéricos em detrimento de exageros na utilização da Teoria dos Conjuntos. Preocupava-se, excessivamente, com abstrações matemáticas, mesmo apresentando uma linguagem matemática universal, precisa e concisa. Salientava o ensino de símbolos e uma terminologia complexa que comprometia o aprendizado. Nesse contexto, ficou ainda mais difícil o aluno perceber a ligação entre a Matemática

ensinada e aquela utilizada fora da escola. Esse ensino passou a ter preocupações excessivas com formalização, distanciando-se das questões práticas.

Finalmente, voltando ao início da década de 80, a resolução de problemas começou a tomar espaço quando, nos Estados Unidos, em 1980, foi editada uma publicação da NCTM – National Council Teachers of Mathematics – An Agenda for Action: Recommendations for School Mathematics of the 1980's [Conselho Nacional de Professores de Matemática - Uma Agenda para a Ação: Recomendações para a Matemática Escolar de 1980], cujo anseio principal era reunir um grande grupo de interessados na melhoria do ensino da Matemática. E a primeira dessas recomendações dizia: “resolver problemas deve ser o foco da Matemática escolar para os anos 80” (NCTM, 1980) e realçava que “o desenvolvimento da habilidade em resolução de problemas deveria dirigir os esforços dos educadores matemáticos por toda essa década e que o desempenho em saber resolver problemas mediria a eficiência de um domínio, pessoal e nacional, da competência matemática”. (NCTM, 1980)

Iniciaram-se, aqui, de forma mais concreta, os esforços para melhoria do ensino da Matemática, utilizando-se a resolução de problemas. Currículos foram desenvolvidos, materiais para professores e para alunos foram organizados, estratégias de trabalho foram sugeridas, orientações para avaliações foram propostas. Contudo, devido às diferentes concepções que as pessoas tinham a respeito da resolução de problemas ser o foco da matemática escolar, tal proposta não obteve o resultado esperado, sofrendo várias críticas de pesquisadores no final da década de 80. Começara-se, então, a se pensar a resolução de problemas numa perspectiva didático-pedagógica, como uma metodologia de ensino. Essa ideia passou a ser o lema das pesquisas e dos estudos para a década de 90.

2.2 Resolução de problemas: uma metodologia de ensino

“Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema. O problema pode ser modesto, mas, se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver pelos seus próprios meios experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta. Experiências tais, numa idade susceptível, poderão gerar o gosto pelo trabalho mental e deixar, para toda a vida, a sua marca na mente e no caráter.” (Polya, 1995, “Prefácio à primeira tiragem”, p.V.)

A resolução de problemas, estruturada como metodologia de ensino, concebe o problema como um componente estratégico no processo de construção do conhecimento. Eles são formulados com o intuito de auxiliar na elaboração de conceitos, anteriormente à exibição formal destes. Os problemas são relevantes não apenas para se aprender Matemática, mas, também, para tê-los como pontapé inicial a esse aprendizado.

Sistematizar, portanto, uma orientação pedagógica para a Matemática, que seja fundamentada na resolução de problemas, deve ser estimulada nas escolas desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Ao solucionarem problemas, os estudantes desenvolvem a capacidade de gerenciar informações, mobilizar conhecimentos, ampliar seu entendimento acerca de conceitos e procedimentos matemáticos, além de propiciar a iniciativa, a criatividade, a autonomia, bem como a habilidade de elaborar um raciocínio lógico.

George Polya, matemático húngaro, em seu livro *Arte de Resolver Problemas* (1995), propõe quatro etapas independentes para se resolver um problema. Estas etapas são um conjunto de indagações extremamente úteis àqueles que desejam resolver o problema por si próprio:

1) Compreender o problema – Nessa etapa, o aluno é motivado a questionar, arguir sobre o problema. O que é solicitado? Qual a incógnita? Quais os dados apresentados no problema? Quais as condições? É possível satisfazer tais condições? As condições são suficientes para determinar a incógnita? Ou é

insuficiente? Que fórmulas e/ou algoritmos podem ser utilizados? Faz-se necessário um desenho, um esquema para entender melhor a situação problema?

2) Estabelecer um plano – Nessa etapa, o aluno é motivado a estabelecer conexões entre o que foi dado e o que é pedido, é o momento de buscar problemas semelhantes para definir um caminho a seguir. Já viu o problema antes? Ou já viu o mesmo problema apresentado de forma, ligeiramente, diferente? Conhece um problema relacionado com este? Havendo um problema correlato e já antes resolvido, é possível utilizá-lo? É possível utilizar o seu método? É possível reformular o problema? É possível imaginar um problema correlato mais acessível? Um problema mais genérico? Um problema mais específico? É possível obter dos dados algo útil? Utilizou todos os dados?

3) Executar o plano – Nessa etapa, o aluno deve seguir o caminho escolhido para resolução do problema. Executar passo a passo o que foi estabelecido no plano. É possível verificar, claramente, se cada passo está correto? É possível demonstrar que ele está correto?

4) Refletir sobre o trabalho realizado – Nessa etapa, o aluno é motivado a verificar o resultado obtido. Verificar os procedimentos utilizados, procurando simplificá-los ou buscar outra maneira de resolver o problema de forma mais simples. É possível verificar o resultado? É possível verificar o argumento? É possível chegar ao resultado por caminhos diferentes? É possível utilizar o resultado, ou o método, em algum outro problema?

Ressaltamos uma característica importante nessas indagações apresentadas: são de aplicações gerais e podem ser utilizadas com sucesso ao tratarmos de qualquer tipo de problema.

Em aula: (OBMEP - 2015) nas balanças há sacos de areia de mesmo peso e tijolos idênticos. Quanto deve marcar a última balança?



Compreensão do problema:

- Qual é a incógnita?
- O peso de um tijolo mais o peso de um saco de areia.
- Quais são os dados?
- O peso de dois tijolos mais três sacos de areia e o peso de um tijolo mais dois sacos de areia.
- Qual letra deve denotar a incógnita?
- x para o peso do tijolo e y para o peso do saco de areia.
- Então são duas incógnitas?
- Sim. Para saber o peso do tijolo mais o peso do saco de areia, é preciso saber o peso de cada um, individualmente.
- Quais as condições do problema?
- Encontrar o peso de um tijolo mais um saco de areia, conhecendo o peso de dois tijolos e três sacos de areia, bem como o peso de um tijolo e dois sacos de areia.
- As condições apresentadas são suficientes para determinar as incógnitas?
- Sim.

Estabelecimento de um plano:

- Vocês já viram este problema antes?
- Não.
- Vocês já viram o mesmo problema apresentado de forma diferente?
- Sim. Problemas relacionados a sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas.
- É possível utilizá-los?
- Sim. Basta montar um sistema com os pesos dos objetos e os resultados das balanças.
- Uma vez resolvido o sistema, descobriremos as incógnitas?
- Sim. Depois, basta somar o valor das duas e encontrar a resposta.
- Vocês utilizaram todos os dados do problema?
- Sim.

Execução do plano:

Montamos o sistema de equações:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 64 \\ x + 2y = 41 \end{cases}$$

Usamos o método da adição e encontramos $x = 5$ e $y = 18$.

Assim, $x + y = 23$.

Portanto, o peso de um tijolo mais o de um saco de areia vale 23 kg.

Refletir sobre o trabalho realizado - Retrospecto:

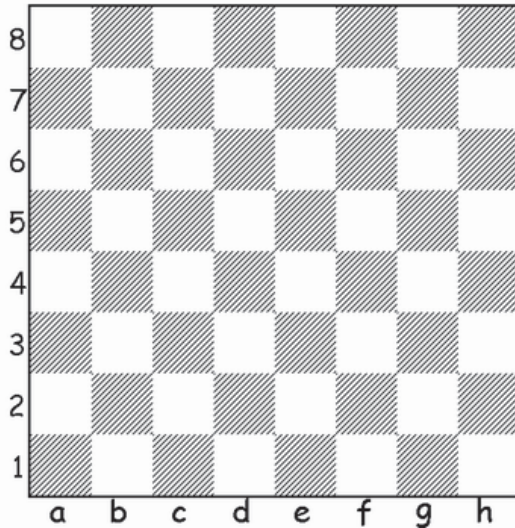
- É possível verificar o resultado obtido?
- Sim. Basta substituir os valores das incógnitas nas equações.
- É possível chegar ao resultado por um caminho diferente? Um caminho mais fácil?
- Sim. Depois que encontramos a resposta, percebemos uma maneira bem mais simples de resolver.
- É possível utilizar esses métodos em algum outro problema?
- Sim. O sistema de equações é mais geral. A outra saída encontrada só dá certo em casos particulares.

3. BASE DE DADOS

Muitos problemas atraentes de matemática elementar, expressos numa linguagem coloquial, têm parte de seu fascínio no fato de poderem ser formulados e, muitas vezes, resolvidos sem recorrer a fórmulas ou a técnicas complicadas. É com esta concepção que iniciamos nossa base de dados, construída por significativos problemas, cuja finalidade é proporcionar ao aluno um maior interesse pela Matemática, e ao professor, uma oportunidade de melhoria de sua formação, bem como uma ferramenta sugestiva de ensino-aprendizagem.

Problema 01

É possível um cavalo começar na posição a1 de um tabuleiro de xadrez e terminar em h8, visitando cada um dos quadrados restantes, exatamente uma vez, ao longo do caminho?



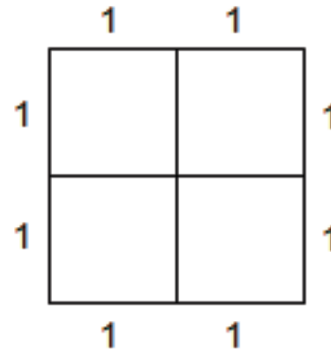
Solução: Não é possível. Cada movimento realizado pelo cavalo faz com que ele saia de um quadrado de uma cor para outro quadrado de cor oposta. Como a condição do problema exige que ele saia da posição a1 e visite cada um dos quadrados restantes, uma única vez, até chegar por último em h8, concluímos que o cavalo realizará 63 movimentos. Um número ímpar de movimentos o coloca sempre numa casa de cor contrária à de onde ele saiu. Como a1 e h8 possuem a mesma cor, concluímos que o cavalo terminará numa cor contrária à de a1.

Problema 02

Escolhem-se cinco pontos ao acaso sobre a superfície de um quadrado de lado 2. Mostre que pelo menos um dos segmentos que eles determinam tem comprimento menor que ou igual a

$$\sqrt{2}$$

Solução: Divida o quadrado de lado 2 em quatro quadrados de lado 1. Dos 5 pontos, pelo menos dois pertencerão a um mesmo quadrado de lado 1. A distância entre esses dois pontos será, no máximo, igual à diagonal do quadrado que é $\sqrt{2}$, o que conclui a demonstração.



Problema 03

Um feirante possui uma balança de pratos e 3 pesos: um de 1Kg, um de 3Kg e outro de 9Kg. Quantas “pesagens” diferentes ele pode realizar?

Solução: 13 pesagens. 1kg – usa peso de 1kg; 2kg – usa peso de 1kg num prato e o de 3kg no outro; 3kg – usa o peso de 3kg; 4kg – usa o peso de 1kg e o de 3kg no mesmo prato; 5kg – usa o peso de 9kg num prato e o de 3kg e 1kg no outro; 6kg – usa o de 9kg num prato e o de 3kg no outro; 7kg – usa o de 9kg e o de 1kg num prato e o de 3kg no outro; 8kg – usa o de 9kg num prato e o de 1kg no outro; 9kg – usa o peso de 9kg; 10kg – usa o peso de 9kg e o de 1kg no mesmo prato; 11kg – usa o de 9kg e o de 3kg de um lado e o de 1kg do outro; 12kg – usa o de 9kg e o de 3kg num mesmo prato; 13kg – usa os três pesos num prato só.

Problema 04

Qual número é maior: 31^{11} ou 17^{14}

$$31^{11} < 32^{11} = (2^5)^{11} = 2^{55}$$

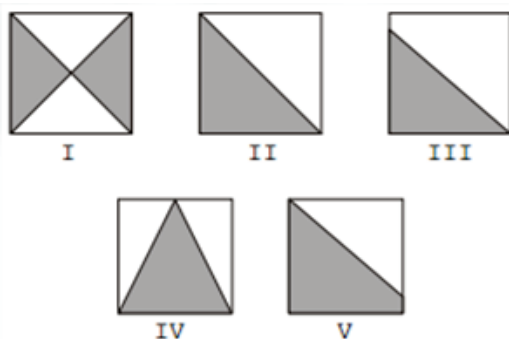
$$17^{14} > 16^{14} = (2^4)^{14} = 2^{56}$$

assim, $17^{14} > 2^{56} > 2^{55} > 31^{11}$, o que nos garante

que $17^{14} > 31^{11}$.

Problema 05

Os quadrados abaixo têm todos o mesmo tamanho.



Em qual deles a região sombreada tem a maior área?

Solução: É fácil ver que o triângulo de maior área é o V, pois sua área é maior que a metade do quadrado. Com um pequeno ajuste, o triângulo I transforma-se no II. O III é notório ser menor que os demais. Deslocando-se o vértice superior do triângulo IV para um dos vértices do canto superior, a área não se altera e tem valor, numericamente, igual às das figuras I e II (metade da área do quadrado).

3.1 Conceituação, manipulação e aplicação

Elon Lages Lima (1999), em um texto para a Revista do Professor de Matemática, aborda alguns aspectos do ensino da Matemática com relação a sua estrutura, levando em conta a natureza peculiar dessa disciplina, os alunos aos quais ela se destina e os motivos de sua inclusão no currículo. Esclarece que, para o aluno se familiarizar com o método matemático, adquirir habilidades para lidar, de forma eficiente, com os mecanismos do cálculo e saber utilizar seus conhecimentos em situações da vida real, o ensino da Matemática deve abranger três componentes fundamentais: a conceituação, a manipulação e as aplicações. Afirma que da dosagem adequada desses componentes dependem o equilíbrio do processo de aprendizagem, o interesse dos alunos e a capacidade que terão para empregar, além das técnicas aprendidas nas aulas, o discernimento, a clareza das ideias, o hábito de

pensar e agir ordenadamente, virtudes que são desenvolvidas quando o ensino respeita o balanceamento desses três componentes fundamentais.

Salientamos que a conceituação compreende a formulação correta e objetiva das definições matemáticas, o enunciado preciso das proposições, a prática do raciocínio dedutivo, a nítida conscientização de que conclusões sempre são provenientes de hipóteses que se admitem, a distinção entre uma afirmação e sua recíproca, o estabelecimento de conexões entre conceitos diversos, bem como a interpretação e a reformulação de ideias e fatos, sob diferentes formas e termos. É importante ter em mente e destacar que a conceituação é indispensável para o bom resultado das aplicações.

Um exemplo de desequilíbrio desses componentes foi no período da Matemática Moderna (décadas de 60 e 70), em que a conceituação predominou com relação à manipulação e à aplicação. Assim, a Matemática estudada nas escolas se resumia a um vago e inútil exercício de generalidades, incapaz de suprir as necessidades das demais disciplinas científicas e mesmo do uso prático no dia a dia.

Observamos que a manipulação está para o ensino e o aprendizado da Matemática, assim como a prática dos exercícios e as escalas musicais estão para a música. A habilidade e a destreza no manuseio de equações, fórmulas e construções geométricas elementares, o desenvolvimento de atitudes mentais automáticas, verdadeiros reflexos condicionados, permitem ao usuário da Matemática concentrar sua atenção consciente nos pontos realmente cruciais, poupando-o da perda de tempo e de energia com detalhes secundários.

O desequilíbrio na manipulação ocorre com frequência nos livros adotados em nossas escolas. E, por consequência, é estendido à sala de aula através das listas de exercícios repletas de questões que, embora necessárias, não são motivadoras, não provêm de problemas reais, não estão relacionadas com a vida atual, nem com as demais ciências e nem mesmo com outras áreas da Matemática. A

presença da manipulação é tão marcante em nosso ensino que, para o público em geral, é como se a Matemática se resumisse a ela. Com isso, a Geometria também sofre significativas perdas, pois várias afirmações são declaradas verdadeiras, sem justificativa, reduzindo muitas vezes os problemas geométricos a manipulações numéricas. Perde-se assim um dos maiores méritos da Matemática, que é o de ensinar aos jovens que toda conclusão se baseia em hipóteses e que o processo de passar, mediante argumentos logicamente convincentes, das hipóteses para a conclusão se chama demonstração e seu uso sistemático na apresentação de uma teoria constitui o método dedutivo.

Destacamos ainda que as aplicações são empregos das noções e teorias da Matemática para obter resultados, conclusões e previsões em situações que vão desde problemas triviais do cotidiano a questões mais sutis que surgem noutras áreas, quer científicas, tecnológicas ou mesmo sociais. As aplicações constituem a principal razão pela qual o ensino da Matemática é tão difundido e necessário, desde os primórdios da civilização até os dias de hoje e, certamente, cada vez mais no futuro. Como as entendemos, as aplicações do conhecimento matemático incluem a resolução de problemas, esta arte intrigante que, por meio de desafios, desenvolve a criatividade, nutre a autoestima, estimula a imaginação e recompensa o esforço de aprender.

As aplicações constituem, para muitos alunos de nossas escolas, a parte mais atraente da Matemática que estudam. Se forem formuladas adequadamente, em termos realísticos, ligados a questões e fatos da vida atual, elas podem justificar o estudo, por vezes árido, de conceitos e manipulações, despertando o interesse da classe. Encontrar aplicações significativas para a matéria que está expondo é um desafio e deveria ser uma preocupação constante do professor. Elas devem fazer parte das aulas, ocorrer em muitos exercícios e ser objeto de trabalhos em grupo. Cada novo capítulo do curso deveria começar com um problema cuja solução requeresse o uso da matéria que vai começar a ser ensinada.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Não há mágica para se aprender Matemática, muito menos um padrão para ensiná-la. Cada pessoa é única e também tem sua maneira específica de aprender. Como educadores, devemos propiciar aos alunos as mais diversas metodologias possíveis na tentativa de que, experimentando cada uma delas, o aluno perceba a Matemática de forma mais interessante, agradável e encantadora.

Assim, trabalhar problemas curiosos e desafiadores, nos anos iniciais de estudo, acreditamos ser uma estratégia fundamental para despertar, no aluno, o prazer pela Matemática e motivar, no professor, o gosto pelo estudo e pela pesquisa. Associar estes problemas a uma metodologia de resolução que promova o debate, a troca de ideias, a tomada de decisões, a análise de resultados e o trabalho em equipe, contribuirá ainda mais para uma formação matemática consistente tanto do professor quanto do aluno.

As ideias apresentadas neste artigo objetivam sugerir caminhos que possam colaborar para o exercício da prática docente que, devido à formação e às questões pedagógicas, exige do professor uma preparação contínua que articule, efetivamente, teoria e prática. É importante termos profissionais competentes, dotados de uma fundamentação teórica consistente, que sejam capazes de analisar e refletir, criticamente, sobre os aspectos que compõem e influenciam o contexto escolar, tais como: aprendizagem, indisciplina, avaliações externas, avaliações internas, família e outros.

Com este estudo, não pretendemos esgotar as possibilidades teórico-metodológicas tampouco apresentá-lo como “a forma ideal” de o professor proceder em sala de aula, intencionamos apenas expor elementos que o ajudem a construir uma prática pedagógica mais positiva para si.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.). **Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: UNESP, 1999.

CÂMARA, Rivelino de Sousa. **Resolução de problemas - uma proposta metodológica** (Dissertação de Mestrado). Fortaleza: Universidade Federal do Ceará, 2016.

DINIZ, Maria Ignez de Souza Vieira. Magistério em ação. **Revista do professor de matemática**. Rio de Janeiro, v. 18, jan./abr. 1992.

FORMIN, Dmitri et al. **Círculos matemáticos: a experiência russa**. Tradução de Valéria de Magalhães Lório. Rio de Janeiro: IMPA, 2012.

LIMA, Elon Lages. Sobre o ensino da matemática. **Revista do professor de matemática**. Rio de Janeiro, v. 28, mai./ago. 1995.

_____. Conceituação, manipulação e aplicações. **Revista do professor de matemática**. Rio de Janeiro, v. 41, set./dez. 1999.

_____. **Matemática e ensino**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), 2007.

NCTM. **An agenda for action: recommendations for school mathematics for the 1980s**. Reston: NCTM, 1980.

SOUSA, Ariana Bezerra de. **A resolução de problemas como estratégia didática para o ensino da matemática**. Brasília: Universidade Católica de Brasília, 2005.

POLYA, George. O ensino por meio de problemas. **Revista do professor de matemática**. Rio de Janeiro, v. 7, mai./ago. 1989.

_____. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

PÚBLICAS, Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas. **Provas e soluções: edições**