



## *Mathematical circles: an olympic proposal*

### RESUMO

Os Círculos Matemáticos ou Círculos Tradicionais Russo, representam uma metodologia inovadora e ativa no ensino de matemática. Envolve a formação de grupos de estudantes, orientados por um professor ou um aluno, para analisar conceitos matemáticos de maneira ampla e desafiadora. Diferente do método tradicional, esses incentivam a resolução de problemas, o desenvolvimento do raciocínio e a exploração de tópicos além do currículo convencional. Objetivo do trabalho foi analisar como o círculo matemático contribui para ampliar as habilidades matemáticas dos estudantes, concentrando-se no desenvolvimento do raciocínio lógico, estratégias de resolução de problemas e desempenho em olimpíadas de matemática. Utilizou-se uma abordagem qualitativa, desenvolvida pela técnica de revisão de literatura, com buscas nos sites: Scientific Electronic Library Online (Scielo); Biblioteca do Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) e Portal de Periódicos da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior). Os critérios de inclusão adotados compreendem artigos publicados entre 2015 e 2020, com texto completo disponível, revisões de literatura, publicações em revistas indexadas nos idiomas português e inglês. Os resultados apontam que os Círculos Matemáticos oferecem uma perspectiva diferente do aprendizado matemático tradicional, proporcionando uma experiência educacional além da memorização de fórmulas, promovendo uma compreensão profunda e duradoura da disciplina.

**Palavras-chave:** Círculo matemático. Ensino de matemática. Olimpíadas.

### Abstract

*Mathematical Circles, or Traditional Russian Circles, represent an innovative and active methodology in teaching mathematics. It involves forming groups of students, guided by a teacher or a student, to analyze mathematical concepts in a broad and challenging way. Unlike the traditional method, these encourage problem solving, the development of reasoning and the exploration of topics beyond the conventional curriculum. The objective of the work was to analyze how the mathematical circle contributes to expanding students' mathematical skills, focusing on the development of logical reasoning, problem-solving strategies and performance in mathematics olympiads. A qualitative approach was used, developed using the literature review technique, with searches on the following websites: Scientific Electronic Library Online (Scielo); Library of the Institute of Pure and Applied Mathematics (IMPA) and Journal Portal of CAPES (Coordination for the Improvement of Higher Education Personnel). The inclusion criteria adopted include articles published between 2015 and 2020, with full text available, literature reviews, publications in journals indexed in Portuguese and English. The results indicate that Mathematical Circles offer a different perspective from traditional mathematical learning, providing an educational experience beyond memorizing formulas, promoting a deep and lasting understanding of the discipline*

**Keywords:** *Mathematical circle. Russian traditional circle. Olympics.*

1. Licenciado em Matemática pelo Instituto Federal do Ceará (IFCE – 2012), pós-graduado em Gestão e Coordenação Escolar (FAIARA), Professor da Rede Estadual do Ceará – EEM Eptácio Pessoa (16ª CREDE) e mestrando do Programa em Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática-PPGECM-UEPB. E-mail: uedson.rodrigues@prof.ce.gov.br

## 1. INTRODUÇÃO

A dificuldade no domínio da matemática representa uma questão que impacta muitos estudantes, acarretando consequências significativas em seus percursos acadêmicos e profissionais. A disciplina matemática demanda não apenas a assimilação de conceitos e fórmulas, mas também a aquisição de habilidades essenciais como raciocínio lógico, resolução de problemas e análise crítica (Vitali, 2015).

Mas além de ser considerada uma disciplina abstrata, a matemática é uma ciência viva, que está presente no cotidiano de todas as pessoas, desde o momento em que acordam até a hora de dormir. Ela permeia inúmeras atividades diárias, muitas vezes de forma imperceptível, influenciando desde simples cálculos ao planejamento de rotinas e decisões essenciais (Base Nacional Comum Curricular – BNCC, 2017).

Assim, a compreensão da matemática pelos estudantes requer a aplicação de diversas metodologias por parte dos professores, a fim de superar os baixos índices de aprendizagem evidenciados em avaliações internas ou externas (Almeida, 2018). Pode-se ver um dos resultados pela Prova SAEB de 2021, que registrou 254,05 de proficiência em matemática (QEDU, 2023, *online*).

Segundo Almeida (2018, p. 40), metodologias de ensino se referem "ao ato de ensinar. Ensinar requer um conjunto de esforços e decisões que se refletem em caminhos propostos, as chamadas opções metodológicas. O professor organiza e propõe situações em sala de aula a fim de apresentar um determinado conteúdo", assim há várias metodologias, uma delas é o objeto desse estudo, que se trata dos "Círculos Matemáticos".

Os "Círculos Matemáticos" referem-se a programas ou grupos de estudo destinados a estudantes interessados e talentosos em matemática. Esses programas geralmente buscam promover o desenvolvimento de habilidades matemáticas avançadas, a resolução de problemas desafiadores e o aprofundamento do entendimento conceitual (Devigli; Brandl, 2019).

Os participantes dos Círculos Matemáticos geralmente se reúnem regularmente para explorar tópicos matemáticos mais avançados do que os ensinados no currículo regular da escola, podem trabalhar em conjunto para resolver problemas, discutir teoremas, aprender novas técnicas e desenvolver amor pela matemática pura (Devigli; Brandl, 2019).

Dessa forma, os círculos matemáticos também conhecidos pela denominação de círculo tradicional russo, pela tradição educacional que tem suas raízes na Rússia e outros países do Leste Europeu. Tem por objetivo proporcionar um ambiente estimulante para

o aprendizado e a prática da matemática, muitas vezes preparando os participantes para competições matemáticas, como as olimpíadas de matemática (Devigli; Brandl, 2019).

Nota-se a eficácia dos círculos matemáticos, originada na Europa Oriental, essa tradição centenária envolve grupos de estudantes orientados por um matemático experiente, reunindo-se fora do horário regular de aulas, proporcionam uma perspectiva diferente da aprendizagem tradicional, destacando-se por características comuns, como foco na resolução de problemas, desenvolvimento do raciocínio matemático lógico e métodos informais, sem a pressão de avaliação imediata (Vandeveld, 2017).

Diante desses aspectos, a questão problema do presente trabalho foi: Como os círculos matemáticos implantado em uma escola podem contribuir para um bom desempenho nas olimpíadas de matemática?

A implementação de círculos matemáticos em escolas pode impulsionar o desempenho dos alunos em competições, como as olimpíadas de matemática. Ao desafiá-los com problemas complexos, estimular o raciocínio lógico e explorar conceitos além do currículo convencional, essa ferramenta cultiva a compreensão e prazer pela disciplina (Vandeveld, 2017).

Foi utilizada uma abordagem qualitativa, com a técnica de revisão de literatura. As pesquisas bibliográficas foram realizadas em sites de buscas oficiais, como: Scielo, Biblioteca do IMPA e Portal de Periódico da CAPES. Os critérios de inclusão adotados envolvem artigos no período de 2015 a 2024, apresentando texto completo e disponível de forma gratuita, publicadas nos idiomas português e inglês. Foram excluídos artigos não pertinentes ao tema em questão, e que não contemplavam os critérios de inclusão.

Portanto, o objetivo geral do trabalho foi analisar como o círculo matemático tradicional russo contribui para ampliar as habilidades matemáticas dos estudantes, concentrando-se no desenvolvimento do raciocínio lógico, estratégias de resolução de problemas e no aprimoramento do desempenho em olimpíadas de matemática.

## 2. A CONTRIBUIÇÃO DOS CÍRCULOS MATEMÁTICOS PARA ENSINO DA MATEMÁTICA

### 2.1 Metodologias de ensino

A metodologia educacional tecnicista predominante na maioria das escolas brasileiras fundamenta-se em ações passivas e fragmentadas do conhecimento escolar, refletindo a concepção da escola tradicional, centrada na ideia de que o professor é o único detentor do saber. Em muitos casos, as metodologias de aprendizagem tradicionais exercem uma influência significativa, contribuindo para a perpetuação desse cenário, dada a sua relevância no processo de ensino dos alunos (Sousa *et al.*, 2019).

Portanto, é evidente que tais aspectos também caracterizam uma educação universalista, desconsiderando as experiências individuais dos alunos. Freire (2002) denominou esse tipo de educação como "bancária", caracterizada pela memorização e repetição de conteúdo sem conexão com o contexto social. Uma maneira de estabelecer ensino mais diferenciado, visando uma educação libertadora e emancipatória, é desenvolver métodos que promovam a participação ativa dos alunos durante as aulas.

Sendo assim, é importante considerar o surgimento de novas metodologias de ensino que estejam alinhadas com as necessidades dos estudantes, e entre essas abordagens, destacam-se as metodologias ativas (Bacich; Moran, 2018). No campo da Matemática, que oferece conhecimentos científicos e se dedica à resolução de problemas, é essencial envolver-se em abordagens de ensino diferenciadas, permitindo o aprimoramento de novas tendências e discussões (Souza; Tinti, 2019).

As metodologias ativas: "são estratégias de ensino centradas na participação efetiva dos estudantes na construção do processo de aprendizagem, de forma flexível, interligada e híbrida" (Bacich; Moran, 2018, p. 4). Por essa razão, é importante que os professores incentivem os alunos a desenvolverem pensamento autônomo. Um dos fundamentos das Metodologias Ativas é precisamente a capacidade de autorregulação da aprendizagem, visando estimular a construção colaborativa do conhecimento. O que não acontece na metodologia tradicional, em que os professores são frequentemente vistos apenas como transmissores, ao contrário do que ocorre nessas novas estratégias de ensino, inclusive nos Círculos Matemáticos.

### 2.2 Círculos Matemáticos

Os Círculos de Matemática (CM) são reuniões semanais de atividades extracurriculares, promovidas por

professores e futuros professores de matemática, que ocorrem em ambientes informais após o horário escolar ou nos fins de semana, têm como propósito a pesquisa e resolução de problemas ou tópicos matemáticos interessantes (Brodsky, 2017).

Esses círculos buscam integrar conteúdo e aspectos significativos que estimulem a descoberta e o entusiasmo pela matemática por meio da resolução de problemas. Segundo Stankova e Rick (2018), os participantes não estão sujeitos aos requisitos escolares tradicionais e não há necessidade de seguir o currículo padrão. A maioria dos alunos envolvidos demonstra interesse genuíno pela matemática.

Conforme Dorichenko (2016), o ambiente nos CM é caracterizada pela busca do conhecimento e entusiasmo, estendendo-se além da experiência convencional em sala de aula. Professores e alunos aguardam com expectativa cada reunião, criando um ambiente que valoriza a paixão pela matemática, de maneira análoga ao entusiasmo gerado por equipes esportivas. Os participantes muitas vezes se envolvem em atividades extracurriculares, navegando juntos e construindo laços de intimidade e cooperação.

Segundo Fajardo e Foreque (2018), os CM têm suas origens na Rússia, com uma tradição de mais de um século, sendo os mais populares em Moscou e São Petersburgo. Ressalta-se que, na Universidade Estatal de Moscou, esses círculos começam a ser aplicados na sétima série do ensino fundamental e se estendem até as séries do ensino médio.

De acordo com Gomes, Barbosa e Concordido (2017), a organização, estilo de reunião e objetivos dos CM podem variar, mas, em geral, são sessões de duas horas com a participação de 10 a 30 alunos e de 3 a 6 professores por turma. Essas configurações são adaptadas de acordo com os recursos disponíveis em cada contexto. Os professores, em sua maioria, são alunos de graduação e pós-graduação, mas os líderes são geralmente professores de matemática experientes.

Não há listas de chamadas ou testes, e os alunos têm a liberdade de participar de forma não contínua ou se desconectar do programa a qualquer momento. Os tópicos abordados nesses círculos incluem paridade, análise combinatória, divisibilidade, resto, congruência, equações diofantinas, princípios pombal, invariantes, geometria, base numérica, desigualdades, entre outros (Gomes, Barbosa, Concordido, 2017). O público pode variar muito em conhecimento e habilidades. Enquanto houver recursos nessa área, os alunos podem ser divididos em turmas a cada ano. Níveis iniciante e avançado. Este método requer pelo menos o dobro de trabalho, porque ele precisa ser montado para as duas

listas de problemas encontradas a cada vez. exigir há muitos mais mentores (Shubin, 2016).

Portanto, é comum não distinguir alunos de diferentes níveis nos Círculos de Matemática. Conforme Stankova e Rike (2018), uma das atividades é criar uma única versão de material, distribuída para todos os alunos, sem segmentá-los em níveis distintos. Nessa perspectiva, cada conjunto de problemas apresenta questões variadas em termos de dificuldade, permitindo que os alunos progridam em seu próprio ritmo. Essa prática é gerenciável, especialmente com a presença de vários professores na sala, proporcionando oportunidades para discussões mais avançadas.

Os princípios e ideias explorados nas perguntas iniciais são fundamentais para abordar as questões mais desafiadoras da lista. Essas aulas não se limitam apenas a problemas, incluindo também jogos matemáticos e partidas, frequentemente realizadas no último encontro de cada período (Fomim, Genkin, Itenberg, 2019).

Uma competição nos círculos russos é o "Mathematical Maze", um jogo que se assemelha a um "labirinto" composto por salas temáticas, abrangendo aritmética mental, jogos, geometria, lógica, combinações e quebra-cabeças. Os competidores resolvem um problema em cada sala, e após visitar todas as salas, têm o direito de escolher um prêmio na sala principal ou no átrio (Shubin, 2016).

O êxito na Conferência do Círculo de Matemática depende da escolha cuidadosa dos tópicos de pesquisa e de um conjunto de perguntas bem elaborado. Essa tarefa pode ser facilitada com a utilização de três excelentes livros traduzidos pelo Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA): "Círculos Matemáticos - A Experiência Russa", "Dez Anos nos Círculos de Matemática de Berkeley - Experiência Americana" e "Círculo Matemático de Moscou". Esses livros, disponíveis em lojas *online*, são resultado de anos de sucesso em diversos círculos de matemática (Fomim, Genkin, Itenberg, 2019).

No Brasil, há iniciativas mais recentes, como os projetos "Roda de Matemática" e "Círculo Brasileiro de Matemática". A "Roda de Matemática", fundada em 2016 em São Paulo (SP), é uma escola para crianças de 5 a 12 anos que se inspira na Europa Oriental, promovendo a troca de conhecimentos entre matemáticos e jovens estudantes com o objetivo de ensinar o gosto pela matemática de maneira divertida (Vandeveldt, 2017).

Assim, os Círculos de Matemática proporcionam o desenvolvimento do raciocínio matemático, da colaboração e, sobretudo, promovem a aprendizagem da matemática por meio da prática. Envolve o uso de perguntas interessantes, desafiadoras e de fácil compreensão, escolhidas cuidadosamente para

cultivar o amor pela matemática desde cedo, enquanto os alunos estão na escola. As aulas, com duração de uma hora e vinte minutos por semana, possibilitam que as crianças resolvam duas a três questões a cada encontro, permitindo ao professor explorar e aprofundar os temas adequadamente (Shubin, 2016).

Segundo Fomim, Genkin e Itenberg (2019), as aulas de círculo complementam o trabalho realizado nas aulas regulares do ensino básico. Os resultados esperados incluem o aumento do conhecimento matemático, melhor desempenho escolar, fortalecimento do raciocínio abstrato, melhoria da capacidade de aplicar a matemática na vida cotidiana e elevação da autoestima relacionada à disciplina. No Brasil, a comunidade matemática oferece treinamentos gratuitos em parceria com a Secretaria Estadual de Educação, proporcionando aos professores aprovados o acesso a livros didáticos gratuitos para o aprimoramento de suas práticas.

### **2.3 Uso dos Círculos Matemáticos como estratégia em unidades escolares**

A implementação dos Círculos Matemáticos em cursos de graduação revela um maior interesse e envolvimento dos estudantes com essa metodologia, enquanto os alunos do ensino médio podem enfrentar algumas dificuldades ao adotar esse método, possivelmente devido às notáveis diferenças de idade e maturidade entre os dois níveis (Fomim, Genkin, Itenberg, 2019).

Essa prática matemática pode ser integrada ao ambiente acadêmico com o intuito de proporcionar uma compreensão mais aprimorada de sua aplicação. Portanto, para evitar interferências na rotina escolar, a administração pode optar por conceder apenas uma data para a seleção dos participantes e aplicação da estratégia. A escolha deve ocorrer uma semana antes da reunião, abrangendo todas as salas de aula e indagando sobre o interesse em matemática. Inicialmente, um número limitado de alunos pode se inscrever para facilitar a adaptação (Shubin, 2016).

No estudo de Devigili e Brandl (2019), o projeto foi estruturado em encontros quinzenais, com uma duração média de 90 minutos, ajustada de acordo com o tema abordado. Aberto a todos os estudantes do campus, o foco desses encontros foi tanto em tópicos específicos das olimpíadas de matemática quanto em conteúdo mais abrangentes, aplicáveis em diversas áreas da matemática e não necessariamente cobertos pelos currículos do Ensino Médio. O propósito do projeto foi aprofundar e expandir os conhecimentos dos participantes.

Na aplicação do CM, realizada por Devigili e Brandl (2019), as seções concentraram-se no desenvolvimento de técnicas e estratégias de resolução de problemas.

Os problemas propostos não tinham uma solução pré-determinada ou uma fórmula pronta, destacando-se da tradicional repetição de algoritmos conhecidos. Incentivaram a exploração de algo novo, desafiando os participantes a aplicarem suas habilidades e criatividade na busca por soluções inovadoras.

Apesar das preocupações iniciais de que alguns alunos podem participar apenas para evitar as aulas regulares, com o tempo todos os presentes na sala de aula demonstram interesse na resolução de conjuntos de problemas durante a participação nos Círculos Matemáticos. A participação nos CM não afeta a disciplina e organização do processo de aprendizagem; pelo contrário, promove maior interação entre os estudantes, propiciando o desenvolvimento do aprendizado. Essas interações ocorrem de forma facilitada entre os grupos de participantes (Fomim, Genkin, Itenberg, 2019).

Conforme Shubin (2016), ao longo do tempo, as reuniões dos Círculos Matemáticos tornam-se mais dinâmicas, com os estudantes demonstrando crescente interesse pela aprendizagem. As reuniões envolvem cada vez mais os estudantes, levando-os a resolverem vários problemas de maneira contextualizada. Isso resulta em uma maior autonomia e colaboração entre os participantes do grupo, promovendo uma atmosfera na qual eles podem se ajudar mutuamente.

Ao concluir as sessões dos Círculos Matemáticos, é possível aplicar o mesmo questionário utilizado na sessão de teste. Esse procedimento não apenas avalia o nível de motivação gerado pelos círculos matemáticos, mas também permite a comparação das respostas dos participantes entre as duas ocasiões (Fomim, Genkin, Itenberg, 2019).

Observa-se, nesse processo de ensino aprendizagem, que uma parcela considerável de alunos pode manifestar menor motivação para o aprendizado da matemática devido ao modelo de aula predominantemente ilustrativo (Shubin, 2016). No que diz respeito à participação nos círculos, destaca-se o desenvolvimento de aspectos como motivação, trabalho em grupo, valorização do conhecimento dos alunos e a diversidade de abordagens para a resolução de problemas (Fomim, Genkin, Itenberg, 2019).

Assim, os Círculos de Matemática têm o potencial de criar projetos inspiradores para o aprendizado. Evidencia-se a eficácia desse método de ensino, sublinhando que os alunos são estimulados a aprender, e os professores são motivados a ensinar. Essa abordagem ressalta que o objetivo principal não se restringe apenas ao conteúdo aprendido, mas abrange as habilidades adquiridas, as quais são fundamentais para a vida dos alunos (Shubin, 2016).

### 3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em conclusão, embora os círculos de matemática tenham uma longa tradição em outros países, sua introdução recente no Brasil despertou grande curiosidade. A abordagem inovadora de tratar a matemática como um hobby tem se mostrado uma vantagem significativa. Os resultados da implantação nas unidades educacionais demonstram ser uma ação positiva os círculos matemáticos, esses têm o potencial de cultivar uma paixão pela matemática, mantendo os alunos engajados de maneira positiva no processo de ensino.

No que diz respeito aos encontros, é relevante salientar que cada metodologia possui suas próprias vantagens e desvantagens. Assim, a escolha pela aplicação de uma metodologia específica deve considerar o perfil, proficiência e conhecimento prévio dos participantes, bem como a heterogeneidade do grupo em relação a esses aspectos.

Entretanto, para que essas propostas alcancem sucesso duradouro, é imperativo um planejamento cuidadoso e a garantia de continuidade. Destaca-se a importância não apenas de alunos motivados, mas também de professores entusiasmados e preparados para facilitar eficazmente o processo de aprendizagem.

Portanto, a experiência positiva proporcionada pelos círculos matemáticos pode não apenas transformar a percepção da matemática como disciplina, mas também inspirar uma nova geração de estudantes a abraçar a beleza e a utilidade da matemática em suas vidas.

## REFERÊNCIAS

---

ALMEIDA, M. E. B. Apresentação. *In*: BACICH, L; MORAN, J. (org.). **Metodologias ativas para uma educação inovadora**: uma abordagem teórico-prática. Porto Alegre, RS: Penso, 2018.

BACICH, L.; MORAN, J. (Org.). **Metodologias ativas para uma educação inovadora**: uma abordagem teórico-prática. Porto Alegre, RS: Penso, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Proposta preliminar. Segunda versão revista. Brasília, DF: MEC, 2017.

BRODSKY, Julia. **Math Circle as a Problem Solving Playground**. 2017.

DEVIGILI, G.; BRANDL, E. Círculos matemáticos. XII MICTI IF Campus Brusque. **Mostra Nacional de Iniciação Científica e Tecnologia Interdisciplinar**. 2019.

DORICHENKO, S. **Um Círculo Matemático de Moscou**: Problemas Semana-a-Semana. Rio de Janeiro: IMPA, 2016. 248p.

FAJARDO, V.; FOREQUE, F. **7 de cada 10 alunos do ensino médio têm nível insuficiente em português e matemática, diz MEC**. 2018.

FOMIM, D., GENKIN, S.; ITENBERG, I. **Círculos Matemáticos**. A Experiência Russa / Dmitri Fimin, Sergey Genkin e Ilya Itenberg, editores; Valéria de Magalhães Lório, tradutor. - 1 ed.- Rio de Janeiro: IMPA, 2019.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. São Paulo, SP: Paz e Terra, 2002.

GOMES, D. A.; BARBOSA, A. C. de C.; CONCORDIDO, C. F. R. Ensino de matemática através da resolução de problemas: análise da disciplina RPM implantada pela SEEDUC-RJ. *In*: **Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, [S.l.], v. 19, n. 1, abr. 2017.

SHUBIN, T. Adendo: A Experiência de San Jose. *In*: DORICHENKO, S. **Um Círculo Matemático de Moscou**: Problemas Semana-a-Semana. Rio de Janeiro: IMPA, 2016. p. 224-226.

SOUSA, E. D.; MACHADO, H. L. D.; SANTOS, C. G. O.; ROSA, I. R.; WOBETO, R. Unicálculo: prática pedagógica baseada numa metodologia ativa. **Revista Anápolis Digital**, Anápolis, v. 9, n. 2, p. 1-16, 2019.

SOUZA, O. G.; TINTI, S. D. Metodologias ativas no ensino de Matemática: panorama de pesquisas desenvolvidas em mestrados profissional. Tangram – **Revista de Educação Matemática**, Dourados, MS, v. 3, n. 1, p. 74-97, 2019.

STANKOVA, Z.; RIKE, T. **Uma Década do Círculo Matemático de Berkeley**: A Experiência Americana. Rio de Janeiro, 2018. 362p.

VANDERVELDE, S. **Circle in a Box**. 2017. Disponível em:

<http://www.mathcircles.org/wp-content/uploads/2017/07/circleinabox.pdf>. Acesso

em: 11 Jan. 2024.

VITALI, T. **Desenvolvimento da habilidade de resolver problemas do campo conceitual das estruturas aditivas**: proposta de intervenção em um espaço não formal de ensino. Porto Alegre, p. 1-136, 2015.